Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
"Προηγμένες Τεχνολογίες Υπολογιστών
και Πληροφορικής"

Υπολογιστική Νοημοσύνη

Μάθημα 7α

Δρ. Βασίλειος Γ. Καμπουρλάζος
Δρ. Ανέστης Γ. Χατζημιχαηλίδης

Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής Τ.Ε.
ΤΕΙ Ανατολικής Μακεδονίας και Θράκης

2017-2018

Περιεχόμενα

Μια Ενοποιητική Προσέγγιση στην ΥΝ

- <u>Η Θεωρία Πλεγμάτων στην ΥΝ.</u>
- Υπολογιστικές Μεθοδολογίες σε Πλέγματα.
- Αριθμοί Διαστημάτων.

Η Θεωρία Πλεγμάτων στην ΥΝ

- <u>Γενική Θεωρία Πλεγμάτων</u>.
- Ασαφή Πλέγματα.
- Επεκτάσεις σε Ιεραρχίες Πλεγμάτων.
- Ενοποίηση Ανόμοιων Τύπων Δεδομένων.

Γενική Θεωρία Πλεγμάτων

- Έστω δύο σύνολα $A,B \subseteq X$ με $A,B \neq \emptyset$. Ορίζουμε ως ***καρτεσιανό γινόμενο*** με πρώτο παράγοντα το A και δεύτερο παράγοντα το B, το σύνολο:

$$A \times B = \{(x,y) \mid x \in A \text{ και } y \in B\}$$

- Η έννοια του καρτεσιανού γινομένου επεκτείνεται σε πεπερασμένο πλήθος συνόλων:

$$A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_\nu = \{(x_1, x_2, \ldots, x_\nu) \mid x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, \ldots, x_\nu \in A_\nu\}$$

(Γενική Θεωρία Πλεγμάτων)

- ***Σχέση*** R μεταξύ δύο (ή περισσοτέρων συνόλων) είναι ένα υποσύνολο του καρτεσιανού τους γινομένου.

- Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι σχέσεις $R \subseteq A \times A$. Μια τέτοια σχέση R καλείται ***δυαδική σχέση*** επί του συνόλου A ή (χάριν συντομίας) σχέση R στο A.

(Γενική Θεωρία Πλεγμάτων)

- Μία δυαδική σχέση R σε ένα σύνολο P καλείται ***μερικής διάταξης* (*partially ordered*)**, αν και μόνο αν ικανοποιεί τις παρακάτω τρεις ιδιότητες ($\forall$x,y,z$\in P$):

- Δ1. (x,x)$\in$R (Ανακλαστική)
- Δ2. (x,y)$\in$R και (y,x)$\in$R $\Rightarrow$ x=y (Αντισυμμετρική)
- Δ3. (x,y)$\in$R και (y,z)$\in$R $\Rightarrow$ (x,z)$\in$R (Μεταβατική)

(Γενική Θεωρία Πλεγμάτων)

- Μία δυαδική σχέση R σε ένα σύνολο P καλείται σχέση ***ολικής διάταξης***, (***totally ordered***) αν και μόνο αν είναι ανακλαστική, αντισυμμετρική, μεταβατική και επιπλέον ισχύει: $(x,y)\in R$ ή $(y,x)\in R$, $\forall x,y\in P$.

(Γενική Θεωρία Πλεγμάτων)

- ***<u>Παράδειγμα 1</u>***

- Η σχέση $\subseteq$ ορισμένη στο δυναμοσύνολο 2^{A} ενός συνόλου Α είναι σχέση μερικής διάταξης.

- Η σχέση $\leq$ στους πραγματικούς αριθμούς είναι σχέση ολικής διάταξης.

(Γενική Θεωρία Πλεγμάτων)

- ***Μερικώς διατεταγμένο σύνολο*** (μδσυν) (***partially ordered set*** (poset)) καλείται ένα ζεύγος $(P,\sqsubseteq)$, όπου P είναι ένα σύνολο και $\sqsubseteq$ είναι μια σχέση μερικής διάταξης στο P.

- ***Ολικά διατεταγμένο σύνολο*** **ή** ***αλυσίδα*** (*chain*) καλείται ένα ζεύγος $(P,\sqsubseteq)$, όπου P είναι ένα σύνολο και $\sqsubseteq$ είναι μια σχέση ολικής διάταξης στο P.

Γενική Θεωρία Πλεγμάτων

- ***<u>Παράδειγμα 2</u>***

Το σύνολο **R** των πραγματικών αριθμών εφοδιασμένο με την σχέση ≤ είναι *ολικά διατεταγμένο*.

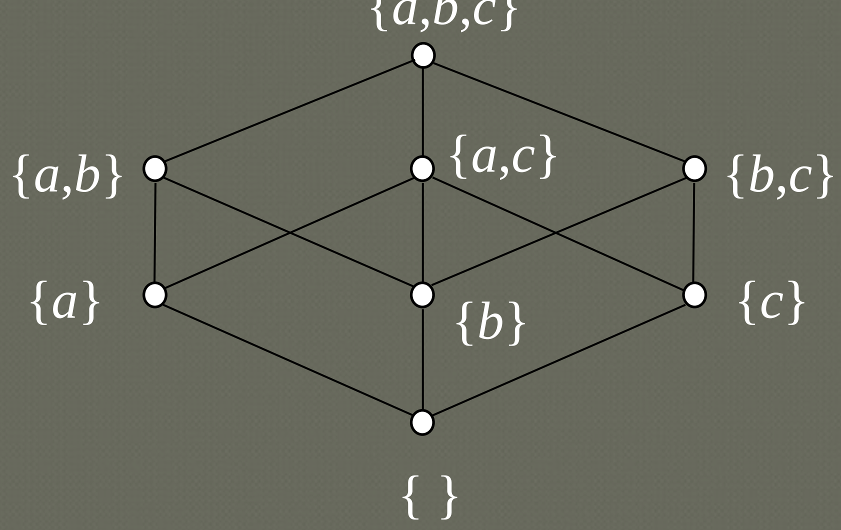
Συγκεκριμένα, ικανοποιούνται οι συνθήκες Δ1, Δ2, Δ3 και επιπλέον για κάθε α,β∈**R** ισχύει: α ≤ β ή β ≤ α.

(Γενική Θεωρία Πλεγμάτων)

- Σύνολα *μερικώς διατεταγμένα*.
  Το *δυναμοσύνολο* 2^{A} ενός συνόλου A, εφοδιασμένο με τη σχέση $\subseteq$.
  Στο σχήμα που ακολουθεί (διάγραμμα *Hasse*) παρουσιάζεται το δυναμοσύνολο του συνόλου S={*a*,*b*,*c*} εφοδιασμένο με τη σχέση $\subseteq$.

(Γενική Θεωρία Πλεγμάτων)

- Διάγραμμα *Hasse* του δυναμοσυνόλου $2^{\{a,b,c\}}$ του **S**= $\{a,b,c\}$.



(Γενική Θεωρία Πλεγμάτων)

- ***Άνω φράγμα*** ενός συνόλου $P \subseteq X$ καλείται κάθε $x \in X$ τέτοιο ώστε $p \sqsubseteq x$, $\forall p \in P$.

- Το ελάχιστο άνω φράγμα (εάν υπάρχει) καλείται ***ανώτερο πέρας*** (***supremum***).
Αν το *sup* ανήκει στο σύνολο P τότε καλείται ***μέγιστο*** (***max***).

(Γενική Θεωρία Πλεγμάτων)

- ***Κάτω φράγμα*** ενός συνόλου $P \subseteq X$ καλείται κάθε $x \in X$ τέτοιο ώστε $x \sqsubseteq p$, $\forall p \in P$.

- Το μέγιστο κάτω φράγμα (εάν υπάρχει) καλείται ***κατώτερο πέρας*** (***infimum***).
  Αν το *inf* ανήκει στο P τότε καλείται ***ελάχιστο*** (***min***).

(Γενική Θεωρία Πλεγμάτων)

- Ορισμός Πλέγματος (*συνολοθεωρητικός*)

Πλέγμα (lattice) $(\mathbf{L}, \sqsubseteq)$ καλείται ένα μερικώς διατεταγμένο σύνολο, στο οποίο οποιαδήποτε δύο στοιχεία του έχουν *μέγιστο κάτω φράγμα*, που συμβολίζεται με $\mathbf{x} \sqcap \mathbf{y}$ και *ελάχιστο άνω φράγμα*, που συμβολίζεται με $\mathbf{x} \sqcup \mathbf{y}$.

(Γενική Θεωρία Πλεγμάτων)

- Ορισμός Πλέγματος (*αλγεβρικός*)

  Πλέγμα ($\mathbf{L}$,$\sqsubseteq$) είναι ένα σύστημα με δύο δυαδικές πράξεις $\sqcap$, $\sqcup$, οι οποίες ικανοποιούν τις παρακάτω ιδιότητες Δ1- Δ4, και αντιστρόφως.

- Δ1. $x \sqcap x = x$, $x \sqcup x = x$ (*Ταυτοτική*)
- Δ2. $x \sqcap y = y \sqcap x$, $x \sqcup y = y \sqcup x$ (*Αντιμεταθετική*)
- Δ3. $(x \sqcap y) \sqcap z= x \sqcap (y \sqcap z)$, (*Προσεταιριστική*)

  $(x \sqcup y) \sqcup z= x \sqcup (y \sqcup z)$
- Δ4. $x \sqcap (x \sqcup y) = x \sqcup (x \sqcap y) = x$ (*Απορρόφησης*)

Η δυαδική σχέση $x \sqsubseteq y$ είναι ισοδύναμη με το ακόλουθο ζεύγος πράξεων:

$x \sqcap y = x$ και $x \sqcup y = y$ (*Συνέπεια*)

(Γενική Θεωρία Πλεγμάτων)

- Ένα πλέγμα (L,⊑) καλείται ***πλήρες*** όταν κάθε υποσύνολό του έχει μέγιστο κάτω φράγμα και ελάχιστο άνω φράγμα στο L.

- Από τον ορισμό του πλέγματος προκύπτει ότι:

- όλες οι φραγμένες αλυσίδες είναι πλέγματα.
- Κάθε αλυσίδα είναι πλέγμα, στην οποία το $x \wedge y$ είναι το ελάχιστο και το $x \vee y$ είναι το μέγιστο των x,y, όπου $\wedge$, $\vee$ δηλώνουν τη σύζευξη και τη διάζευξη, αντίστοιχα.

Στοιχεία Επικοινωνίας

Δρ. Ανέστης Γ. Χατζημιχαηλίδης
email: hatzane@teiemt.gr
Τηλ. 693-815-1768

ΕΥΧΑΡΙΣΤΩ