Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
"Προηγμένες Τεχνολογίες Υπολογιστών
και Πληροφορικής"

Υπολογιστική Νοημοσύνη

Μάθημα 3ο

Δρ. Βασίλειος Γ. Καμπουρλάζος
Δρ. Ανέστης Γ. Χατζημιχαηλίδης

Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής Τ.Ε.
ΤΕΙ Ανατολικής Μακεδονίας και Θράκης

2017-2018

Περιεχόμενα

- Εξελικτικός Υπολογισμός – Ορισμός
- Βασικές Αρχές Βελτιστοποίησης
- Κλασικοί Αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης
- Βασικές Έννοιες Εξελικτικού Υπολογισμού
- Γενετικοί Αλγόριθμοι
- Βελτιστοποίηση Σμήνους Σωματιδίων
- Εναλλακτικοί Αλγόριθμοι Εξελικτικού Υπολογισμού

Εξελικτικός Υπολογισμός

Εξελικτικός Υπολογισμός
Ορισμός

Πρόκειται από ένα σύνολο αλγορίθμων (κυρίως βελτιστοποίησης) που **εξομοιώνουν** νόμους και αρχές οι οποίες διέπουν φυσικά φαινόμενα και ζωντανούς οργανισμούς (ανθρώπους, πληθυσμούς εντόμων, κ.α.).

Βασικές Αρχές Βελτιστοποίησης (1)

Η γενική μορφή ενός προβλήματος βελτιστοποίησης το οποίο χαρακτηρίζεται από μία αντικειμενική συνάρτηση $f:\mathbb{R}^{\mathrm{n}} \to \mathbb{R}$, είναι η ακόλουθη:

$$\begin{aligned} &\min \ f(\mathbf{x}) \\ &g_i(\mathbf{x}) \le \alpha_i, \quad i = 1,2,3,\dots,m. \end{aligned}$$

Όπου $\mathbf{x} = (\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2, \mathrm{x}_3, \dots, \mathrm{x}_\mathrm{n})$ είναι το διάνυσμα των παραμέτρων βελτιστοποίησης πλήθους **n**, ενώ $g_i(\mathbf{x})$ και α_i $i = 1,2,3,\dots,m$ είναι (αλγεβρικές) συναρτήσεις περιορισμών και σταθερές, αντίστοιχα.

Βασικές Αρχές Βελτιστοποίησης (2)

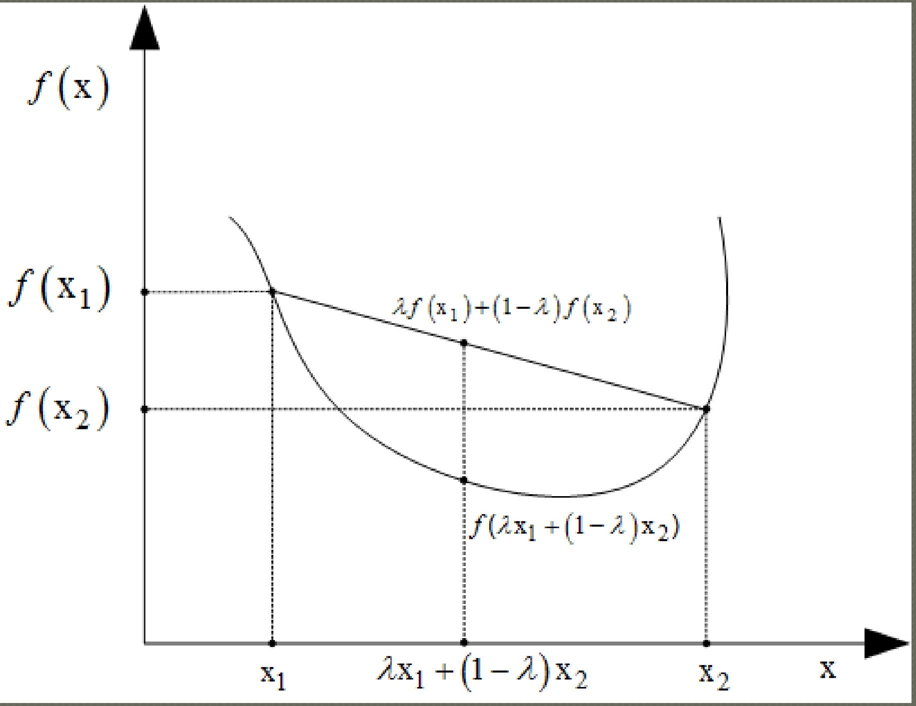
- Προβλήματα βελτιστοποίησης:
  - Χωρίς περιορισμούς
  - Με περιορισμούς
    - Περιορισμοί ισοτήτων
    - Περιορισμοί ανισοτήτων
  - Γραμμικά
  - Μη-γραμμικά

- Η διαδικασία βελτιστοποίησης αναζητεί βέλτιστες τιμές των μεταβλητών $\mathbf{x}^*$ μέσα στον **χώρο (αναζήτησης) των λύσεων** που ελαχιστοποιούν την αντικειμενική συνάρτηση και, ταυτόχρονα, ικανοποιούν τους περιορισμούς.

Κυρτότητα (convexity)

Μία συνάρτηση λέγεται **κυρτή** αν:

$$f(\lambda \mathbf{x}_1 + (1-\lambda)\mathbf{x}_2) \le \lambda f(\mathbf{x}_1) + (1-\lambda) f(\mathbf{x}_2) \qquad 0 \le \lambda \le 1$$



Κυρτότητα (convexity)

- Η *κυρτότητα* αποτελεί σημαντική ιδιότητα μιάς αντικειμενικής συνάρτησης προς βελτιστοποίηση διότι το ελάχιστο μίας κυρτής συνάρτησης στο πεδίο ορισμού της είναι **ολικό ελάχιστο** και όχι μόνον **τοπικό ελάχιστο**. Αυτό σημαίνει ότι η λύση του προβλήματος είναι η βέλτιστη λύση.
- Ωστόσο, οι αντικειμενικές συναρτήσεις συχνά δεν είναι κυρτές.

Βελτιστοποίηση Πολλαπλών Στόχων

- Όταν το πρόβλημα βελτιστοποίησης περιλαμβάνει περισσότερες από μία αντικειμενικές συναρτήσεις, τότε είναι ένα **πρόβλημα πολλαπλών στόχων**.

- Συνήθως οι πολλαπλές αντικειμενικές συναρτήσεις βρίσκονται σε ***αντίφαση*** μεταξύ τους, δηλ. η βελτίωση μιας αντικειμενικής συνάρτησης συνεπάγεται επιδείνωση μιας άλλης.

Κλασικοί Αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης

- Επαναληπτικοί ***αλγόριθμοι κατάβασης***

$$x_{k+1} = x_k + \eta \Delta x_k$$

k: επανάληψη
x: άγνωστος

η: μέγεθος βήματος
Δx$_k$: κατεύθυνση αναζήτησης

Αν $\Delta x_k = -\nabla f\left(x_k\right)$ τότε αλγόριθμος ονομάζεται αλγόριθμος **κατάβασης βαθμίδας**.

Παραδοχές Κλασικών Αλγόριθμων Βελτιστοποίησης

- **Ύπαρξη αντικειμενικής συνάρτησης**
  - Σε περιπτώσεις πολύπλοκων προβλημάτων, δεν υπάρχει πάντοτε μια αντικειμενική συνάρτηση

- **Παραδοχή της κυρτότητας της αντικειμενικής συνάρτησης**
  - Μια αντικειμενική συνάρτηση συχνά δεν είναι κυρτή
  - Παγίδευση σε τοπικό ελάχιστο

- **Ύπαρξη της πρώτης και δεύτερης παραγώγου της αντικειμενικής συνάρτησης**

Βασικές Έννοιες Εξελικτικού Υπολογισμού(1)

- Ο όρος ΕΥ αυτός χρησιμοποιήθηκε για να περιγράψει ένα σύνολο αλγόριθμων όπου κάθε αλγόριθμος βασίζεται σε έναν *πληθυσμό υποψήφιων λύσεων*, η καθεμιά από τις οποίες ονομάζεται **άτομο** (**του πληθυσμού**).

- Σε κάθε επανάληψη, μεταξύ των ατόμων του πληθυσμού εφαρμόζονται κατάλληλοι **τελεστές**, εμπνευσμένοι από την Δαρβινική θεωρία της εξέλιξης, ώστε να παράγονται καλύτερες λύσεις σε κάθε επανάληψη.

Βασικές Έννοιες Εξελικτικού Υπολογισμού(2)

- Ένα πρόβλημα το οποίο μπορεί να εμφανιστεί σε όλους τους αλγόριθμους εξελικτικού υπολογισμού είναι η **πρόωρη σύγκλιση**.

- Μία μεθόδευση για την αποφυγή πρόωρης σύγκλισης είναι η διατήρηση της **ποικιλομορφίας**, δηλ. μιας καλώς ορισμένης διαφορετικότητας των ατόμων του πληθυσμού ως αποτέλεσμα της εφαρμογής τελεστών.

Γενετικοί Αλγόριθμοι - Γενικά

- Οι **Γενετικοί Αλγόριθμοι (ΓΑ)** αποτελούν τους δημοφιλέστερους από τους εξελικτικούς αλγόριθμους και βασίζονται σε αρχές της εξέλιξης των ειδών που εισήγαγε ο Δαρβίνος με το βιβλίο του «Η Καταγωγή των Ειδών». Οι ΓΑ προτάθηκαν την δεκαετία του 1960 από τον **John Holland** και τους συνεργάτες του.

- Η βασική ιδέα για την ανάπτυξη των ΓΑ προέρχεται από το γεγονός ότι οι ζωντανοί οργανισμοί είναι πετυχημένα παραδείγματα βελτιστοποίησης μέσω της εφαρμογής τελεστών εξέλιξης.

Γενετικοί Αλγόριθμοι - Γενικά

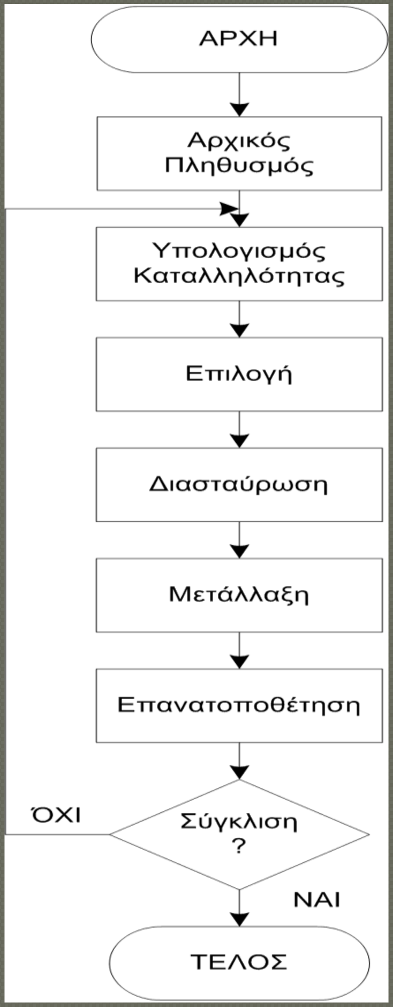
- Οι ζωντανοί οργανισμοί εξελίσσονται χρησιμοποιώντας δύο βασικούς μηχανισμούς (τελεστές) που περιλαμβάνουν, τη **φυσική επιλογή** και την **διασταύρωση**.

- «Επιτυχημένα άτομα» τείνουν να παράγουν μεγαλύτερο πλήθος απογόνων, ενώ τα αδύναμα «πεθαίνουν».

- Η διασταύρωση επιτυχημένων ατόμων (γονέων) μπορεί να αναπαράγει απογόνους που να είναι περισσότερο επιτυχημένοι από τους γονείς τους.

- Με αυτό τον τρόπο, τα *άτομα* εξελίσσονται από γενεά σε γενεά προσπαθώντας να προσαρμόζονται βέλτιστα στο περιβάλλον τους.

Βασική δομή ενός Γενετικού Αλγορίθμου



Επιμέρους Λειτουργίες ενός Γενετικού Αλγορίθμου

- **Δημιουργία Αρχικού Πληθυσμού**
  - Κωδικοποίηση Λύσεων
    - Δυαδική κωδικοποίηση (δημοφιλέστερη)

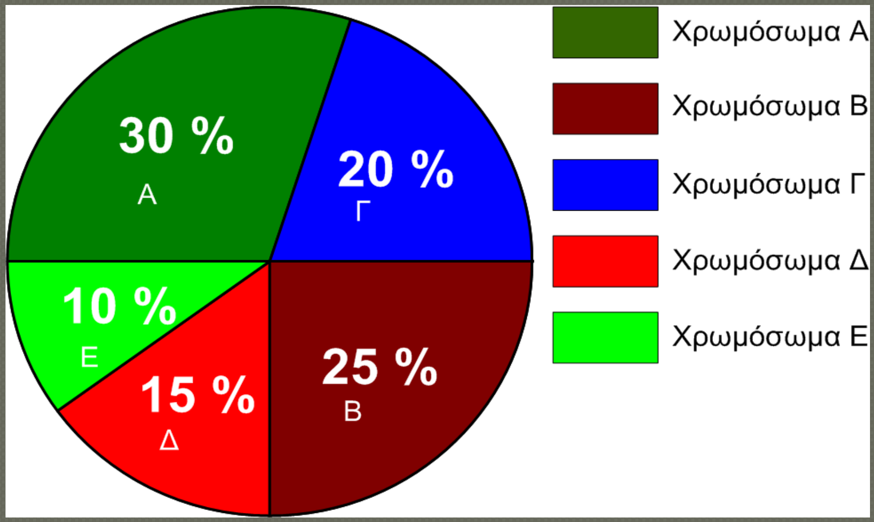
Δυαδική κωδικοποίηση δυο χρωμοσωμάτων αποτελούμενα από τρεις μεταβλητές			
	Μεταβλητή Α	Μεταβλητή Β	Μεταβλητή Γ
Χρωμόσωμα Α	00000000	00000001	00000100
Χρωμόσωμα Β	00010000	00000100	00000001

Επιμέρους Λειτουργίες ενός Γενετικού Αλγορίθμου

- **Υπολογισμός Καταλληλότητας**
  - Η συνάρτηση καταλληλότητας ποσοτικοποιεί την αποτελεσματικότητα της υποψήφιας λύσης, η οποία αναπαριστάνεται από το συγκεκριμένο χρωμόσωμα.
  - Σε κάποια προβλήματα οι τιμές της συνάρτησης καταλληλότητας των χρωμοσωμάτων κυμαίνονται σε πολύ μεγάλο εύρος. Σε αυτές τις περιπτώσεις εφαρμόζουμε κανονικοποίηση ώστε να αποφεύγεται η δημιουργία χρωμοσωμάτων που λειτουργούν ώς **υπεράτομα**.

Επιμέρους Λειτουργίες ενός Γενετικού Αλγορίθμου

- **Επιλογή (selection)**
  - Επιλογή της ρουλέτας (δημοφιλέστερη)



Επιμέρους Λειτουργίες ενός Γενετικού Αλγορίθμου

- **Διασταύρωση (crossover)** (πιθανότητα διασταύρωσης P_c)
  - Διασταύρωση σημείων (δημοφιλέστερη)

Παραδείγματα εφαρμογής των μεθόδων διασταύρωσης.

	Διασταύρωση Δύο Σημείων	Αριθμητική Διασταύρωση	Ομοιόμορφη Διασταύρωση
Γονέας 1	1 1 0 | 0 1 0 | 1 0	1 1 0 0 1 0 1 1	1 0 1 1 0 0 0 1
Γονέας 2	0 0 1 | 0 0 1 | 1 1	1 1 0 1 1 1 1 1	0 0 0 1 1 1 1 0
Μάσκα	-	-	0 0 1 1 0 0 1 1
Γόνος 2	1 1 0 | 0 0 1 | 1 0	1 1 0 0 1 0 1 1 (AND)	0 0 1 1 1 1 0 1
Γόνος 1	0 0 1 | 0 1 0 | 1 1	0 0 0 1 0 1 0 0 (XOR)	1 0 0 1 0 0 1 0

Επιμέρους Λειτουργίες ενός Γενετικού Αλγορίθμου

- **Μετάλλαξη (mutation)** (πιθανότητα μετάλλαξης P_m)

Εφαρμογή του τελεστή μετάλλαξης για τρεις διαφορετικές κωδικοποιήσεις.

	Δυαδική Κωδικοποίηση	Κωδικοποίηση Μετάθεσης	Κωδικοποίηση Τιμών
Αρχικό Χρωμόσωμα	0 1 0 0 1 0 0 1	1 5 3 7 9 0	12.1 21.2 35.4 56
Μεταλλαγμένο Χρωμόσωμα	0 1 0 0 1 1 0 1	1 5 3 8 9 0	12.1 22.3 35.4 56

Επιμέρους Λειτουργίες ενός Γενετικού Αλγορίθμου

- **Ελιτισμός (elitism)**
  - Ένας προκαθορισμένος αριθμός χρωμοσωμάτων που κρίνονται «πλέον κατάλληλα», επαναλαμβάνονται αυτούσια στον νέο πληθυσμό.
- **Επανατοποθέτηση (reinsertion)**
  - Νέα χρωμοσώματα αντικαθιστούν παλαιά χρωμοσώματα στον πληθυσμό διατηρώντας, τυπικά, σταθερό το μέγεθος του πληθυσμού.
- **Κριτήρια Τερματισμού**
  - προκαθορισμένος αριθμός γενεών, και
  - προκαθορισμένη ακρίβεια βελτιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης.

Βελτιστοποίηση Σμήνους Σωματιδίων

- Ο αλγόριθμος **βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων** (ΒΣΣ) προτάθηκε από τους Kennedy και Eberhart το 1995. Ο αλγόριθμος αυτός *εξομοιώνει* την ομαδική μετακίνηση σμήνους ζωντανών οργανισμών όπως ψάρια, πουλιά, κ.λπ. αποφεύγοντας συγκρούσεις μεταξύ ατόμων στο σμήνος κατά την κίνηση.

- Στον αλγόριθμο ΒΣΣ δεν υπάρχουν τελεστές διασταύρωσης ή/και μετάλλαξης, ενώ σε κάθε λύση, η οποία ονομάζεται **σωματίδιο** (**του σμήνους**), αντιστοιχίζεται μία *ταχύτητα* η οποία αρχικοποιείται τυχαία.

Βελτιστοποίηση Σμήνους Σωματιδίων

- Ο αλγόριθμος ΒΣΣ απομνημονεύει όχι μόνον την ολικά καλύτερη λύση του πληθυσμού αλλά και την ατομικά καλύτερη επίδοση κάθε σωματιδίου (του σμήνους) ξεχωριστά.

- Πλεονέκτημα του αλγορίθμου ΒΣΣ είναι η απλότητά του η οποία επιτρέπει όχι μόνον την γρήγορη υλοποίησή του, αλλά και την εκτέλεσή του χωρίς σημαντικές απαιτήσεις σε μνήμη και σε υπολογιστική ισχύ.

Βελτιστοποίηση Σμήνους Σωματιδίων

Ο αλγόριθμος ΒΣΣ θεωρεί ότι κάθε σωματίδιο ***i*** του πληθυσμού κατέχει μία θέση και μία ταχύτητα

$$\boldsymbol{x}_i = \left(x_i^1, x_i^2, x_i^3, .., x_i^n\right)^T \qquad \boldsymbol{u}_i = \left(u_i^1, u_i^2, u_i^3, .., u_i^n\right)^T$$

Ο αλγόριθμος ΒΣΣ αναζητάει λύσεις κινούμενος στον χώρο αναζήτησης των λύσεων μέσω της προσαρμογής των τροχιών που διαγράφουν τα σωματίδια.

Βελτιστοποίηση Σμήνους Σωματιδίων

Εξίσωση (3.6)

$$\boldsymbol{u}_i^{t+1} = \omega \boldsymbol{u}_i^t + \alpha r_1 \left(\boldsymbol{g}^* - \boldsymbol{x}_i^t \right) + \beta r_2 \left(\boldsymbol{x}_i^* - \boldsymbol{x}_i^t \right)$$

Εξίσωση (3.7)

$$\boldsymbol{x}_i^{t+1} = \boldsymbol{x}_i^t + \boldsymbol{u}_i^{t+1}$$

$\{\alpha, \beta\} \approx 2$ $\{r_1, r_2\} \in [0,1]$

ΨΕΥΔΟΚΩΔΙΚΑΣ

Έναρξη

Καθορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης $f(\boldsymbol{x})$

Αρχικοποίηση των θέσεων $(\boldsymbol{x}_i)$ *και ταχυτήτων* $(\boldsymbol{u}_i)$ *των* M *σωματιδίων*

Αρχικό καλύτερο $f_{min}^{t=0} = min\{f(\boldsymbol{x}_1),\dots,f(\boldsymbol{x}_M)\}$

Επανέλαβε μέχρι να ικανοποιηθεί ένα από τα κριτήρια τερματισμού

$t = t + 1$ *(αύξηση του μετρητή επανάληψης)*

Για κάθε σωματίδιο και κάθε διάσταση εκτέλεσε τα παρακάτω

Παρήγαγε τυχαίες τιμές $\{r_1, r_2\} \in [0,1]$

Υπολογισμός της νέας ταχύτητας σύμφωνα με την Εξ.(3.6)

Υπολογισμός της νέας θέσης σύμφωνα με την Εξ.(3.7)

Υπολογισμός της αντικειμενικής συνάρτησης $f(\boldsymbol{x}_i)$, i=1,…,M

Υπολ/σμός του τρέχοντος καλύτερου $f_{min}^{t+1} = min\{f(\boldsymbol{x}_1),\dots,f(\boldsymbol{x}_M)\}$

τέλος επαναλήψεων

Εύρεση του ατομικά καλύτερου $\boldsymbol{x}_i^*$ *και του ολικά καλύτερου* $\boldsymbol{g}^*$

τερματισμός (ικανοποίηση ενός από τα κριτήρια τερματισμού)

Τελικά αποτελέσματα $\boldsymbol{x}_i^*$ *και* $\boldsymbol{g}^*$

Τέλος

Εναλλακτικοί Αλγόριθμοι Εξελικτικού Υπολογισμού

- Αλγόριθμος Στρατηγικής Εξέλιξης (**Evolutionary Strategies**)
- Αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης (**Differential Evolution**)
- Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών (**Ant Colony Optimization**)
- Αλγόριθμος Τεχνητής Αποικίας Μελισσών (**Artificial Bee Colony**)
- Βαρυτικός Αλγόριθμος Αναζήτησης (**Gravitational Search Algorithm**)
- Αλγόριθμο στης Πυγολαμπίδας (**Firefly Algorithm**)
- Μέθοδος Αναζήτησης του Κούκου (**Cuckoo Search**)
- Αλγόριθμος της νυχτερίδας (**Bat-inspired Algorithm**)
- Βελτιστοποίηση Βιογεωγραφίας (**Biogeography-based Optimization**)

Εφαρμογές

- ***Μηχανική Μάθηση***
  - ***Εκπαίδευση μοντέλων***
- ***Αναγνώριση Προτύπων***
  - ***Επιλογή χαρακτηριστκών διάκρισης***
- ***Επεξεργασία Σημάτων***
  - ***Ανάπτυξη βέλτιστων φίλτρων***
  - ***Επεξεργασία εικόνας***
- ***Αυτόματος Έλεγχος***
  - ***Σχεδίαση ελεγκτών***
  - ***Εύρωστος έλεγχος***
- ***Γενικά όπου υπάρχει ανάγκη βελτιστοποίησης διαδικασιών***

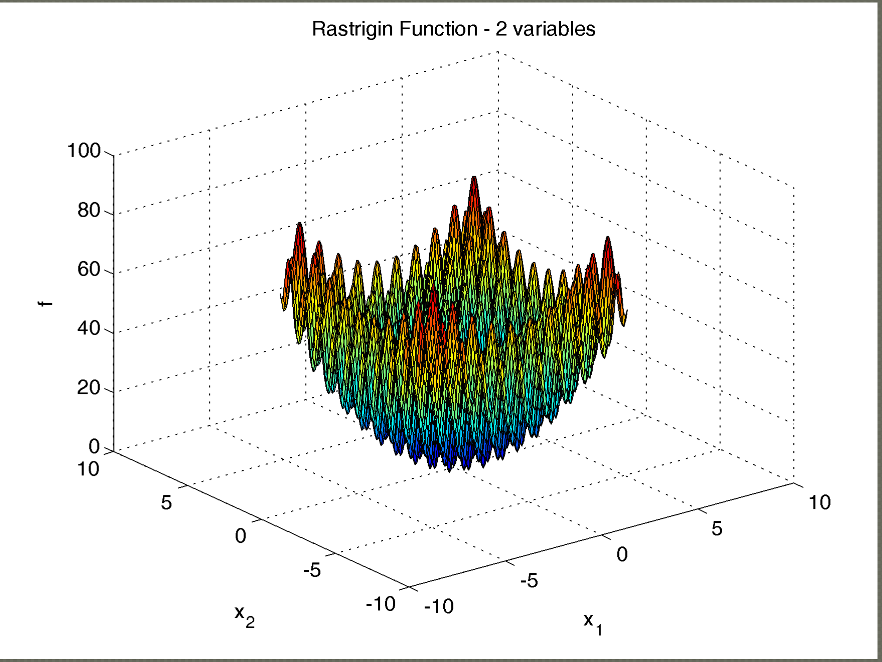
Προγραμματισμός σε MATLAB

Βελτιστοποίηση της Συνάρτησης Rastrigin

$$f(\mathbf{x}) = 10 \cdot n + \sum_{i=1}^{n} \left(x_i^2 - 10 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot x_i) \right)$$

$$-5.12 \le x_i \le 5.12$$

Ολικό ελάχιστο : $x_i = 0 \qquad f(\mathbf{x}) = 0$



Source Code 1 – GA

```
%% Αρχικοποίηση του περιβάλλοντος MATLAB
clear all;
close all;
clc;


%% Ρυθμίσεις του προβλήματος
nVar = 2;                          %Πλήθος αγνώστων
LB = -5.12*ones(1,nVar);           %Ελάχιστη τιμή των αγνώστων
UB = 5.12*ones(1,nVar);            %Μέγιστη τιμή των αγνώστων
CostFunction  = @(x)rastriginsfcn(x);  %Συνάρτηση κόστους/αντικειμενική

%% Ρυθμίσεις του Γενετικού Αλγορίθμου
nPop = 50;                         %Μέγεθος πληθυσμού
MaxIt = 50;                        %Αριθμός γενεών
options      =
    gaoptimset('PopulationSize',nPop,'PopInitRange',[LB;UB],'EliteCount',2,'CrossoverFraction',0.8,'Generations',MaxIt,'PlotFcns',{@gaplotbestf});

%% Εκτέλεση του Γενετικού Αλγόριθμου
[x, fval, exitflag, output] = ga(CostFunction,nVar,[],[],[],[],LB,UB,[],options);

%% Προβολή βέλτιστης λύσης
disp(['Minimum  = ' num2str(fval) ' for x1=' num2str(x(1)) ' x2=' num2str(x(2))]);
```

Source Code 2 – PSO

- Publisher: Yarpiz (www.yarpiz.com)
-
- clc;
- clear;
- close all;
-
- %% Problem Definition
- CostFunction=@(x) rastriginsfcn(x);   % Cost Function
- nVar=2;   % Number of Decision Variables
- VarSize=[1 nVar];   % Size of Decision Variables Matrix
- VarMin=-5.12;   % Lower Bound of Variables
- VarMax= 5.12;   % Upper Bound of Variables
-
- %% PSO Parameters
- MaxIt=50;   % Maximum Number of Iterations
- nPop=50;   % Population Size (Swarm Size)
-
- % PSO Parameters
- w=1;   % Inertia Weight
- wdamp=0.99;   % Inertia Weight Damping Ratio
- c1=1.5;   % Personal Learning Coefficient
- c2=2.0;   % Global Learning Coefficient

Στοιχεία Επικοινωνίας

Δρ. Βασίλειος Γ. Καμπουρλάζος
vgkabs@teiemt.gr
Τηλ. 2520 462 320
Γραφείο Β 1 22 (Κτήριο βιβλιοθήκης)

ΕΥΧΑΡΙΣΤΩ