Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
"Προηγμένες Τεχνολογίες Υπολογιστών
και Πληροφορικής"

Υπολογιστική Νοημοσύνη

Μάθημα 7ο

Δρ. Βασίλειος Γ. Καμπουρλάζος
Δρ. Ανέστης Γ. Χατζημιχαηλίδης

Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής Τ.Ε.
ΤΕΙ Ανατολικής Μακεδονίας και Θράκης

2016-2017

Περιεχόμενα

Μια Ενοποιητική Προσέγγιση στην ΥΝ

- <u>Η Θεωρία Πλεγμάτων στην ΥΝ.</u>
- Υπολογιστικές Μεθοδολογίες σε Πλέγματα.
- Αριθμοί Διαστημάτων.

Η Θεωρία Πλεγμάτων στην ΥΝ

- Γενική Θεωρία Πλεγμάτων.
- Ασαφή Πλέγματα.
- Επεκτάσεις σε Ιεραρχίες Πλεγμάτων.
- Ενοποίηση Ανόμοιων Τύπων Δεδομένων.

Γενική Θεωρία Πλεγμάτων

- Έστω δύο σύνολα $A,B \subseteq X$ με $A,B \neq \emptyset$. Ορίζουμε ως ***καρτεσιανό γινόμενο*** με πρώτο παράγοντα το A και δεύτερο παράγοντα το B, το σύνολο:

$$A \times B = \{(x,y) \mid x \in A \text{ και } y \in B\}$$

- Η έννοια του καρτεσιανού γινομένου επεκτείνεται σε πεπερασμένο πλήθος συνόλων:

$$A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_\nu = \{(x_1, x_2, \ldots, x_\nu) \mid x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, \ldots, x_\nu \in A_\nu\}$$

(Γενική Θεωρία Πλεγμάτων)

- ***Σχέση*** R μεταξύ δύο (ή περισσοτέρων συνόλων) είναι ένα υποσύνολο του καρτεσιανού τους γινομένου.

- Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι σχέσεις $R \subseteq A \times A$. Μια τέτοια σχέση καλείται δυαδική σχέση R επί του συνόλου A ή (χάριν συντομίας) σχέση R στο A.

(Γενική Θεωρία Πλεγμάτων)

- Μία δυαδική σχέση R σε ένα σύνολο P καλείται ***μερικής διάταξης*** (***partially ordered***), αν και μόνο αν ικανοποιεί τις παρακάτω συνθήκες ($\forall x,y,z \in P$):
- Δ1. $(x,x) \in R$ (Ανακλαστική)
- Δ2. $(x,y) \in R$ και $(y,x) \in R \Rightarrow x=y$ (Αντισυμμετρική)
- Δ3. $(x,y) \in R$ και $(y,z) \in R \Rightarrow (x,z) \in R$ (Μεταβατική)

- Μία δυαδική σχέση R σε ένα σύνολο P καλείται ***ολικής διάταξης***, (***totally ordered***) αν και μόνο αν ικανοποιεί τις παραπάνω συνθήκες Δ1, Δ2, Δ3 και επιπλέον $\forall x,y \in P$ ισχύει $(x,y) \in R$ ή $(y,x) \in R$.

(Γενική Θεωρία Πλεγμάτων)

- ***<u>Παράδειγμα 1</u>***

- Η σχέση $\subseteq$ ορισμένη στο δυναμοσύνολο 2^A ενός συνόλου Α είναι σχέση μερικής διάταξης.

- Η σχέση $\leq$ στους πραγματικούς αριθμούς είναι σχέση ολικής διάταξης.

(Γενική Θεωρία Πλεγμάτων)

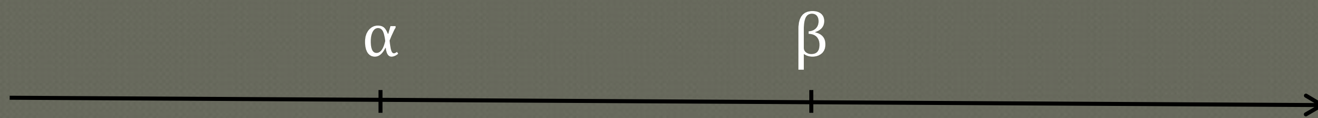
- ***Μερικώς διατεταγμένο σύνολο*** (μδσυν) (***partially ordered set*** (poset)) είναι ένα ζεύγος $(P,\sqsubseteq)$, όπου P είναι ένα σύνολο και $\sqsubseteq$ είναι μια σχέση μερικής διάταξης στο P.

- ***Ολικά διατεταγμένο σύνολο* ή *αλυσίδα*** ($chain$) είναι ένα ζεύγος $(P,\sqsubseteq)$, όπου P είναι ένα σύνολο και $\sqsubseteq$ είναι μια σχέση ολικής διάταξης στο P.

Γενική Θεωρία Πλεγμάτων

- ***Παράδειγμα 2***

Το σύνολο **R** των πραγματικών αριθμών εφοδιασμένο με την σχέση ≤ είναι *ολικά διατεταγμένο*.



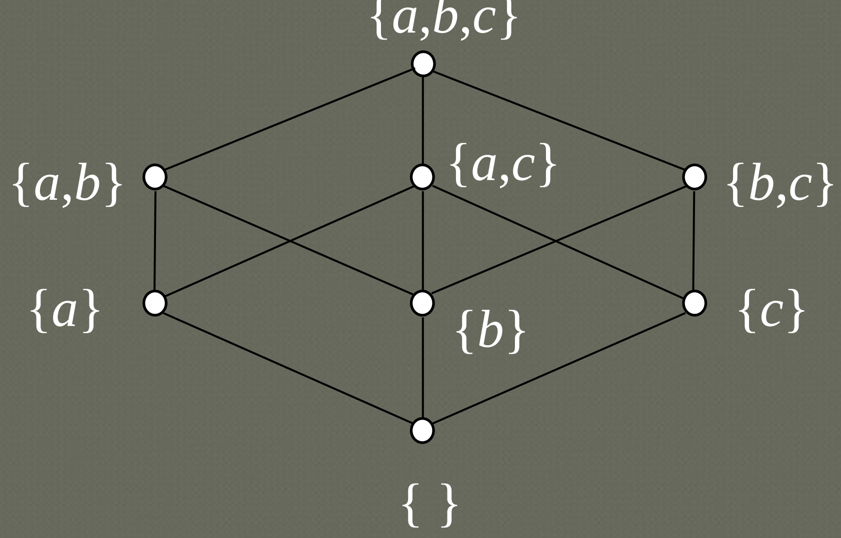
Συγκεκριμένα, ικανοποιούνται οι συνθήκες Δ1, Δ2, Δ3 και επιπλέον για κάθε α,β∈**R** ισχύει: α ≤ β ή β ≤ α.

(Γενική Θεωρία Πλεγμάτων)

- Σύνολα *μερικώς διατεταγμένα*.
  Το *δυναμοσύνολο* 2^{A} ενός συνόλου A, εφοδιασμένο με τη σχέση $\subseteq$. Στο σχήμα που ακολουθεί (διάγραμμα *Hasse*) παρουσιάζεται το δυναμοσύνολο του συνόλου S={a,b,c} εφοδιασμένο με τη σχέση $\subseteq$.

(Γενική Θεωρία Πλεγμάτων)

- Διάγραμμα *Hasse* του δυναμοσυνόλου $2^{\{a,b,c\}}$ του **S**= $\{a,b,c\}$.



(Γενική Θεωρία Πλεγμάτων)

- ***Άνω φράγμα*** ενός συνόλου $P \subseteq X$ καλείται κάθε $x \in X$ τέτοιο ώστε $p \sqsubseteq x$, $\forall p \in P$.

- Το ελάχιστο άνω φράγμα (εάν υπάρχει) καλείται ***ανώτερο πέρας*** (***supremum***). Αν το *sup* ανήκει στο σύνολο P τότε καλείται ***μέγιστο*** (***max***).

(Γενική Θεωρία Πλεγμάτων)

- ***Κάτω φράγμα*** ενός συνόλου $P \subseteq X$ καλείται κάθε $x \in X$ τέτοιο ώστε $x \sqsubseteq p$, $\forall p \in P$.

- Το μέγιστο κάτω φράγμα (εάν υπάρχει) καλείται ***κατώτερο πέρας*** (***infimum***). Αν το *inf* ανήκει στο P τότε καλείται ***ελάχιστο*** (***min***).

(Γενική Θεωρία Πλεγμάτων)

- Ορισμός Πλέγματος (*συνολοθεωρητικός*)

Πλέγμα **(*lattice*)** ($\mathbf{L}, \sqsubseteq$) καλείται ένα μερικώς διατεταγμένο σύνολο, στο οποίο οποιαδήποτε δύο στοιχεία του έχουν *μέγιστο κάτω φράγμα*, που συμβολίζεται με $\mathbf{x} \sqcap \mathbf{y}$ και *ελάχιστο άνω φράγμα*, που συμβολίζεται με $\mathbf{x} \sqcup \mathbf{y}$.

(Γενική Θεωρία Πλεγμάτων)

- Ορισμός Πλέγματος (*αλγεβρικός*)

  Πλέγμα (**L**,⊑) είναι ένα σύστημα με δύο δυαδικές πράξεις ⊓ , ⊔, οι οποίες ικανοποιούν τις παρακάτω ιδιότητες Δ1- Δ4, και αντιστρόφως.

- Δ1. $x \sqcap x = x$, $x \sqcup x = x$ (*Ταυτοτική*)
- Δ2. $x \sqcap y = y \sqcap x$, $x \sqcup y = y \sqcup x$ (*Αντιμεταθετική*)
- Δ3. $(x \sqcap y) \sqcap z = x \sqcap (y \sqcap z)$, (*Προσεταιριστική*)
  $(x \sqcup y) \sqcup z = x \sqcup (y \sqcup z)$
- Δ4. $x \sqcap (x \sqcup y) = x \sqcup (x \sqcap y) = x$ (*Απορρόφησης*)

Η δυαδική σχέση $x \sqsubseteq y$ είναι ισοδύναμη με το ακόλουθο ζεύγος πράξεων:

$x \sqcap y = x$ και $x \sqcup y = y$ (*Συνέπεια*)

(Γενική Θεωρία Πλεγμάτων)

- Ένα πλέγμα (L,⊑) καλείται ***πλήρες*** όταν κάθε υποσύνολό του έχει μέγιστο κάτω φράγμα και ελάχιστο άνω φράγμα στο L.

- Από τον ορισμό του πλέγματος προκύπτει ότι όλες οι φραγμένες αλυσίδες είναι πλέγματα.
  Κάθε αλυσίδα είναι πλέγμα, στην οποία το $x \wedge y$ είναι το ελάχιστο και το $x \vee y$ είναι το μέγιστο των x,y, όπου $\wedge$, $\vee$ δηλώνουν τη σύζευξη και τη διάζευξη, αντίστοιχα.

Ασαφή Πλέγματα

- ***Ασαφές πλέγμα*** (***fuzzy lattice***) καλείται μια τριάδα (**L**,⊑,μ), όπου (**L**,⊑) είναι ένα πλέγμα και (**L**×**L**,μ) είναι ένα ασαφές σύνολο τέτοιο, ώστε μ(**x**,**y**)=1, εάν και μόνο εάν **x** ⊑ **y**.

- Το ασαφές πλέγμα (**L**,⊑,μ) *ασαφοποιεί* τη δυαδική σχέση της διάταξης στο πλέγμα (**L**,⊑).

(Ασαφή Πλέγματα)

- Έστω ένα πλέγμα $(\mathbf{L},\sqsubseteq)$. Ως (***ασαφής***) ***βαθμός διάταξης*** (***fuzzy order***) ορίζεται μια συνάρτηση σ: $\mathbf{L}\times\mathbf{L}\rightarrow[0,1]$ η οποία ικανοποιεί τις παρακάτω δύο ιδιότητες:

- **C1.** $u\sqsubseteq w \Leftrightarrow \sigma(u,w) = 1$.
- **C2.** $u\sqsubseteq w \Rightarrow \sigma(\mathbf{x},u) \leq \sigma(\mathbf{x},w)$. (Συνέπεια)

(Ασαφή Πλέγματα)

- Έστω ένα πλέγμα ($\mathbf{L}$,$\sqsubseteq$) με *βαθμό διάταξης* σ: $\mathbf{L}\times\mathbf{L}\rightarrow[0,1]$. Τότε η τριάδα ($\mathbf{L}$,$\sqsubseteq$, σ) είναι ένα ασαφές πλέγμα.

- Η χρησιμότητα της ύπαρξης ενός βαθμού διάταξης (σ) στο πλέγμα ($\mathbf{L}$,$\sqsubseteq$) είναι ότι μετασχηματίζει το ($\mathbf{L}$,$\sqsubseteq$) σε ασαφές πλέγμα. Έτσι επιτρέπει την ποσοτικοποιημένη σύγκριση δύο οποιονδήποτε στοιχείων του ($\mathbf{L}$,$\sqsubseteq$), είτε αυτά είναι συγκρίσιμα στοιχεία (δηλ., $x\sqsubseteq y$ ή $y\sqsubseteq x$) είτε είναι μη-συγκρίσιμα στοιχεία (δηλ., παράλληλα, $x||y$).

(Ασαφή Πλέγματα)

- Κάθε χρήση μιας συνάρτησης βαθμού διάταξης (σ) ονομάζεται ***συλλογιστική ασαφών πλεγμάτων*** (***ΣΑΠ***) (***fuzzy lattice reasoning*** (***FLR***)).

- Μια συνάρτηση βαθμού διάταξης (σ) υποστηρίζει δύο τύπους συλλογιστικής:
- τον ***γενικευμένο τρόπο που θέτει*** και
- τη ***συλλογιστική κατ' αναλογία*** .

(Ασαφή Πλέγματα)

- Η ***συλλογιστική κατ' αναλογία*** είναι ένας τύπος ***προσεγγιστικής συλλογιστικής*** (***approximate reasoning***) κατάλληλος για χειρισμό ελλιπούς γνώσης.

- Δοθέντων:
(α) ενός συνόλου κανόνων $a_{\mathrm{i}} \rightarrow c_{\mathrm{i}}$, $\mathrm{i} \in \{1,\ldots,\mathrm{L}\}$, και
(β) ενός *αιτίου* a_0 τέτοιο ώστε $a_0 \not\sqsubseteq a_{\mathrm{i}}$, $\mathrm{i} \in \{1,\ldots,\mathrm{L}\}$,
επιλέγεται εκείνος ο κανόνας $a_{\mathrm{J}} \rightarrow c_{\mathrm{J}}$, ο οποίος μεγιστοποιεί τη συνάρτηση βαθμού διάταξης $\mathrm{J} = \arg\max_{\mathrm{i} \in \{1,\ldots,\mathrm{L}\}} \sigma(a_0 \sqsubseteq a_{\mathrm{i}})$.
Έπεται το *αποτέλεσμα* c_{J}.

(Ασαφή Πλέγματα)

- ***Συνάρτηση τιμοδότησης*** στο πλέγμα $(\mathbf{L},\sqsubseteq)$ είναι μια πραγματική συνάρτηση v: $\mathbf{L} \to \mathbf{R}$ που ικανοποιεί:
  $v(\mathbf{x}) + v(\mathbf{y}) = v(\mathbf{x} \sqcap \mathbf{y}) + v(\mathbf{x} \sqcup \mathbf{y})$

- Μια συνάρτηση τιμοδότησης καλείται:
- ***μονότονη*** (***monotone***), αν και μόνον αν $\mathbf{x} \sqsubseteq \mathbf{y} \Rightarrow v(\mathbf{x}) \leq v(\mathbf{y})$
- ***θετική*** (***positive***) αν και μόνον αν $\mathbf{x} \sqsubset \mathbf{y} \Rightarrow v(\mathbf{x}) < v(\mathbf{y})$

(Ασαφή Πλέγματα)

- Εάν η συνάρτηση v: $\mathbf{L} \to [0,+\infty)$ είναι θετικής τιμοδότησης στο πλέγμα $(\mathbf{L},\sqsubseteq)$ τότε οι συναρτήσεις:

  (α) ***σίγμα-συνένωση*** (***sigma-join***): $\sigma_{\sqcup}(\mathbf{x},\mathbf{u}) = v(\mathbf{u}) \,/\, v(\mathbf{x} \sqcup \mathbf{u})$

  (β) ***σίγμα-διατομή*** (***sigma-meet***): $\sigma_{\sqcap}(\mathbf{x},\mathbf{u}) = v(\mathbf{x} \sqcap \mathbf{u}) \,/\, v(\mathbf{u})$

  είναι (συναρτήσεις) βαθμού διάταξης.

(Ασαφή Πλέγματα)

- Από συναρτήσεις θετικής τιμοδότησης σε (βασικά) πλέγματα προκύπτουν ***μετρικές*** καθώς και συναρτήσεις ***βαθμού διάταξης***.

- Αν η συνάρτηση v: $\mathbf{L} \rightarrow \mathbf{R}$ είναι θετικής τιμοδότησης σε ένα πλέγμα $(\mathbf{L},\sqsubseteq)$, τότε η συνάρτηση d: $\mathbf{L}\times\mathbf{L} \rightarrow [0,+\infty)$ με $d(\mathbf{x},\mathbf{y}) = v(\mathbf{x} \sqcup \mathbf{y}) - v(\mathbf{x} \sqcap \mathbf{y})$ είναι μια ***μετρική***.

  [Σημείωση: αν η συνάρτηση v είναι μονότονης τιμοδότησης τότε η συνάρτηση d είναι μια ***ψευδομετρική***].

Επεκτάσεις σε Ιεραρχίες Πλεγμάτων

- Ένα πλέγμα ($\mathbf{L}$,$\sqsubseteq$) μπορεί να ισούται με το Καρτεσιανό γινόμενο N – ενδεχομένως ανόμοιων – ***βασικών*** (***constituent***) πλεγμάτων ($\mathbf{L}_i$,$\sqsubseteq$), i=1,…,**N**.
  Δηλαδή, μπορεί να είναι ($\mathbf{L}$,$\sqsubseteq$) = ($\mathbf{L}_1$,$\sqsubseteq$)×…×($\mathbf{L}_N$,$\sqsubseteq$) όπου κάθε βασικό πλέγμα ($\mathbf{L}_i$,$\sqsubseteq$), i=1,…,**N** χαρακτηρίζεται από τη δική του σχέση διάταξης $\sqsubseteq$.

Επεκτάσεις σε Ιεραρχίες Πλεγμάτων

- **Πλέγματα Διαστημάτων**

- Έστω $[a,\mathrm{b}]$, $[\mathrm{c,d}]$ δύο *γενικευμένα διαστήματα* (*generalized intervals*). Η διατομή $\sqcap$ και η συνένωση $\sqcup$ στο πλήρες πλέγμα $(\mathbf{L}\times\mathbf{L}, \sqsupseteq\times\sqsubseteq)$ υπολογίζονται, αντίστοιχα, ως:

  $$[a,\mathrm{b}] \sqcap [\mathrm{c,d}] = [a\sqcup \mathrm{c}, \mathrm{b}\sqcap \mathrm{d}]$$

  και

  $$[a,\mathrm{b}] \sqcup [\mathrm{c,d}] = [a\sqcap \mathrm{c}, \mathrm{b}\sqcup \mathrm{d}]$$

Επεκτάσεις σε Ιεραρχίες Πλεγμάτων

- **(Πλέγματα Διαστημάτων)**

- *Μετρική*:
  Η συνάρτηση d:$(\mathbf{L}\times\mathbf{L}, \sqsupseteq\times\sqsubseteq)\times(\mathbf{L}\times\mathbf{L}, \sqsupseteq\times\sqsubseteq) \rightarrow [0,+\infty)$ με τύπο:

  $$d([a,b], [c,d])= v_1([a,b]\sqcup[c,d])- v_1([a,b]\sqcap[c,d])$$
  $$=v(\theta(a\sqcap c))+v(b\sqcup d)- v(\theta(a\sqcup c))-v(b\sqcap d)$$
  $$= v(\theta(a)\sqcup\theta(c))+v(b\sqcup d)- v(\theta(a)\sqcap\theta(c))-v(b\sqcap d)$$

  Όπου, η σύνθετη συνάρτηση $v\circ\theta$ είναι θετικής τιμοδότησης στο πλέγμα $(\mathbf{L}, \sqsupseteq)$ και η συνάρτηση $v_1([x,y])= v(\theta(x))+ v(y)$ είναι θετικής τιμοδότησης στο πλέγμα $(\mathbf{L}\times\mathbf{L}, \sqsupseteq\times\sqsubseteq)$ των γενικευμένων διαστημάτων.

Επεκτάσεις σε Ιεραρχίες Πλεγμάτων

- **(Πλέγματα Διαστημάτων)**
- *Συναρτήσεις βαθμού διάταξης*:
- Η συνάρτηση $\sigma_{\sqcup}$: $(\mathbf{L}\times\mathbf{L}, \sqsupseteq\times\sqsubseteq)\times(\mathbf{L}\times\mathbf{L}, \sqsupseteq\times\sqsubseteq) \rightarrow [0,1]$ με τύπο

$$\sigma_{\sqcup}([a,\mathrm{b}], [\mathrm{c},\mathrm{d}]) = \boldsymbol{v}_1([\mathrm{c},\mathrm{d}]) \,/\, \boldsymbol{v}_1([a,\mathrm{b}]\sqcup[\mathrm{c},\mathrm{d}])$$
$$= [\boldsymbol{v}(\theta(\mathrm{c}))+\boldsymbol{v}(\mathrm{d})] \,/\, [\boldsymbol{v}(\theta(a\sqcap \mathrm{c}))+\boldsymbol{v}(\mathrm{b}\sqcup \mathrm{d})]$$

Για $\boldsymbol{v}_1([a,\mathrm{b}]\sqcup[\mathrm{c},\mathrm{d}]=0 \Leftrightarrow [a,\mathrm{b}]= \emptyset=[\mathrm{c},\mathrm{d}]$ είναι $\sigma_{\sqcup}([a,\mathrm{b}],[\mathrm{c},\mathrm{d}])=1$ εξορισμού.

Επεκτάσεις σε Ιεραρχίες Πλεγμάτων

- **(Πλέγματα Διαστημάτων)**

- *Συναρτήσεις βαθμού διάταξης*:

- Η συνάρτηση $\sigma_{\sqcap}$: $(\mathbf{L}\times\mathbf{L}, \sqsupseteq\times\sqsubseteq)\times(\mathbf{L}\times\mathbf{L}, \sqsupseteq\times\sqsubseteq) \rightarrow [0,1]$ με τύπο

$$\sigma_{\sqcap}([a,\mathrm{b}], [\mathrm{c},\mathrm{d}]) = v_1([a,\mathrm{b}]\sqcap[\mathrm{c},\mathrm{d}]) \,/\, v_1([a,\mathrm{b}])$$
$$= [v(\theta(a\sqcup\mathrm{c}))+v(\mathrm{b}\sqcap\mathrm{d})] \,/\, [v(\theta(a))+v(\mathrm{b})]$$

Για $v_1([a,\mathrm{b}])=0 \Leftrightarrow [a,\mathrm{b}]=\varnothing$ θεωρούμε $\sigma_{\sqcap}([a,\mathrm{b}],[\mathrm{c},\mathrm{d}])=1$ εξορισμού.

Ενοποίηση Ανόμοιων Τύπων Δεδομένων

- ***<u>Παράδειγμα 3</u>***
  Παραδείγματα συνόλων που είναι πλέγματα:

- Πραγματικοί Αριθμοί.
  [<u>Σημείωση:</u> Μια γνησίως αύξουσα συνάρτηση ν: $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ είναι συνάρτηση θετικής τιμοδότησης στο πλέγμα $(\mathbf{R},\leq)$. Μια γνησίως φθίνουσα συνάρτηση θ: $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ είναι συνάρτηση δυικού ισομορφισμού στο $(\mathbf{R},\leq)$].

- Το μερικώς διατεταγμένο πλέγμα $(\mathbf{F}, \sqsubseteq)$ όλων των πραγματικών συναρτήσεων που ορίζονται πάνω στο σύνολο $\mathbf{R}$ των πραγματικών αριθμών, όπου η σχέση $f \sqsubseteq g$ ερμηνεύεται ως $f(x) \leq g(x)$, για κάθε $x \in \mathbf{R}$.

Ενοποίηση Ανόμοιων Τύπων Δεδομένων

- ***Χώροι Μέτρου*** $(\Omega, \Sigma_\Omega, m_{\Sigma\Omega})$, όπου Ω είναι ένα σύνολο, Σ_Ω είναι μια σ-άλγεβρα του συνόλου Ω και $m_{\Sigma\Omega}$ είναι ένα μέτρο πάνω στη Σ_Ω.

- Ένας ***Χώρος Πιθανότητας*** είναι μια ειδική περίπτωση Χώρου Μέτρου με $m_{\Sigma\Omega}(\Omega) = 1$.

Ενοποίηση Ανόμοιων Τύπων Δεδομένων

- Έστω **Ω** το σύνολο των (αληθών/ψευδών) προτάσεων που ενδιαφέρουν σε μια συγκεκριμένη εφαρμογή και έστω $\mathbf{\Sigma_\Omega}$ το δυναμοσύνολό του. Μπορούμε να ορίσουμε ένα *μέτρο,*

  δηλ. μια συνάρτηση $m_{\Sigma\Omega}$: $\mathbf{\Sigma_\Omega} \rightarrow [0,+\infty)$.
  Η τριάδα $(\mathbf{\Omega}, \mathbf{\Sigma_\Omega}, \mathbf{m_{\Sigma\Omega}})$ είναι ένας *χώρος μέτρου*.

Ενοποίηση Ανόμοιων Τύπων Δεδομένων

- ***Άλγεβρα Boole*** (ή ***B-άλγεβρα***) είναι ένα πλέγμα μερικώς διατεταγμένο, πλήρες, φραγμένο, συμπληρωματικό και επιμεριστικό.

(Σημείωση: Εδώ ο όρος *άλγεβρα* χρησιμοποιείται με την ευρεία έννοια μιας αλγεβρικής δομής).

Ενοποίηση Ανόμοιων Τύπων Δεδομένων

- ***Παράδειγμα 4*** : *B-άλγεβρα*

- Προτάσεις. Το σύνολο των (αληθών/ψευδών) προτάσεων.

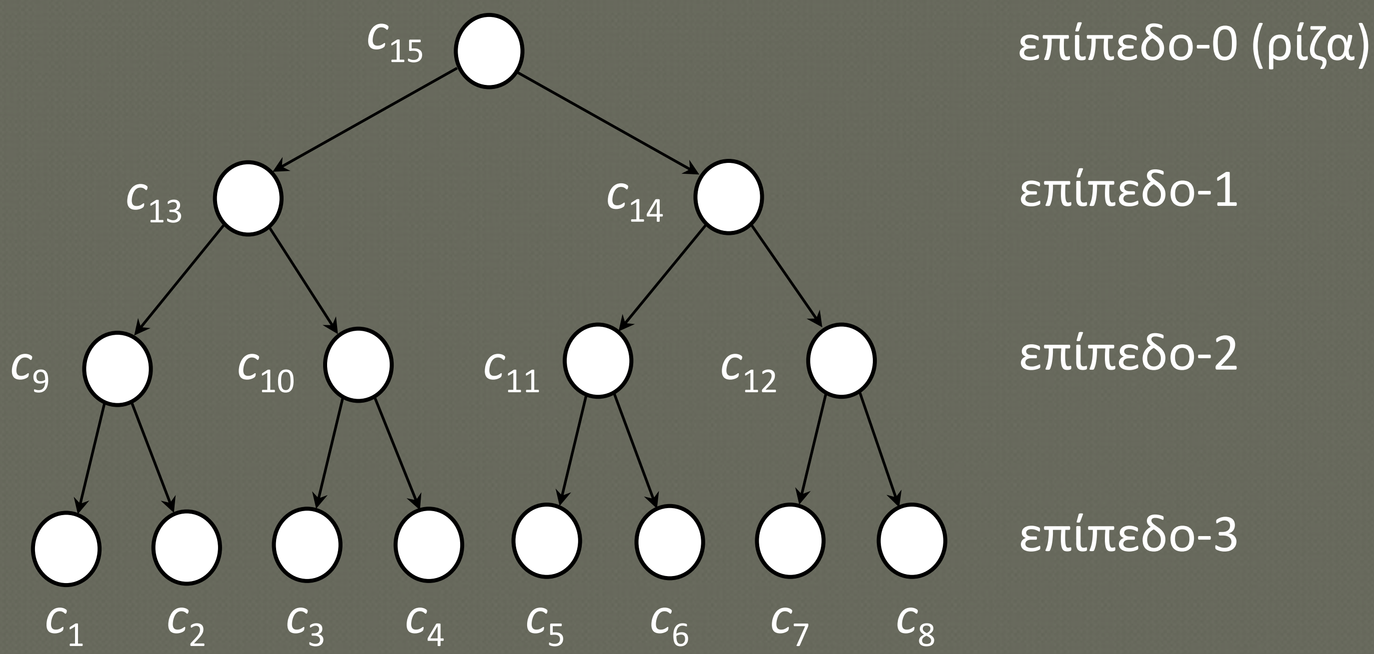
- Το σύνολο {0,1} εφοδιασμένο με τις πράξεις $\vee$, $\wedge$, ’, είναι η γνωστή *άλγεβρα Boole* $(\{0,1\},\vee,\wedge,',0,1)$, που χρησιμοποιείται στα λογικά κυκλώματα.

- Η δομή $(2^{\Omega}, \cup,\cap,',\varnothing, \Omega)$, όπου Ω είναι ο πεπερασμένος δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης και 2^{Ω} το δυναμοσύνολο του Ω (το οποίο καλείται και *άλγεβρα των ενδεχομένων*).

Ενοποίηση Ανόμοιων Τύπων Δεδομένων

- Ένα *δένδρο* αναπαριστά ένα ***πλέγμα συνένωσης*** (***join lattice***), όπου κάθε ζεύγος κόμβων **x** και **y** έχει συνένωση **x** ⊔ **y**, αλλά όχι διατομή **x** ⊓ **y**.

Ενοποίηση Ανόμοιων Τύπων Δεδομένων



Στοιχεία Επικοινωνίας

Δρ. Ανέστης Γ. Χατζημιχαηλίδης
email: hatzane@teiemt.gr
Τηλ. 693-815-1768

ΕΥΧΑΡΙΣΤΩ