



Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
"Προηγμένες Τεχνολογίες Υπολογιστών
και Πληροφορικής"

Υπολογιστική Νοημοσύνη

Μάθημα 3ο

Δρ. Βασίλειος Γ. Καμπουρλάζος
Δρ. Ανέστης Γ. Χατζημιχαηλίδης

Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής Τ.Ε.
ΤΕΙ Ανατολικής Μακεδονίας και Θράκης

2016-2017

Περιεχόμενα

- ⊙ Εξελικτικός Υπολογισμός – Ορισμός
- ⊙ Βασικές Αρχές Βελτιστοποίησης
- ⊙ Κλασικοί Αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης
- ⊙ Βασικές Έννοιες Εξελικτικού Υπολογισμού
- ⊙ Γενετικοί Αλγόριθμοι
- ⊙ Βελτιστοποίηση Σμήνους Σωματιδίων
- ⊙ Εναλλακτικοί Αλγόριθμοι Εξελικτικού Υπολογισμού

Εξελικτικός Υπολογισμός

Εξελικτικός Υπολογισμός

Ορισμός

Πρόκειται από ένα σύνολο αλγορίθμων (κυρίως βελτιστοποίησης) που **εξομοιώνουν** νόμους και αρχές οι οποίες διέπουν φυσικά φαινόμενα και ζωντανούς οργανισμούς (ανθρώπους, πληθυσμούς εντόμων, κ.α.).

Βασικές Αρχές Βελτιστοποίησης (1)

Η γενική μορφή ενός προβλήματος βελτιστοποίησης το οποίο χαρακτηρίζεται από μία αντικειμενική συνάρτηση $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, είναι η ακόλουθη:

$$\begin{aligned} \min f(\mathbf{x}) \\ g_i(\mathbf{x}) \leq \alpha_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, m. \end{aligned}$$

Όπου $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ είναι το διάνυσμα των παραμέτρων βελτιστοποίησης πλήθους n , ενώ $g_i(\mathbf{x})$ και α_i $i = 1, 2, 3, \dots, m$ είναι (αλγεβρικές) συναρτήσεις περιορισμών και σταθερές, αντίστοιχα.

Βασικές Αρχές Βελτιστοποίησης (2)

❖ Προβλήματα βελτιστοποίησης:

- Χωρίς περιορισμούς
- Με περιορισμούς
 - Περιορισμοί ισοτήτων
 - Περιορισμοί ανισοτήτων
- Γραμμικά
- Μη-γραμμικά

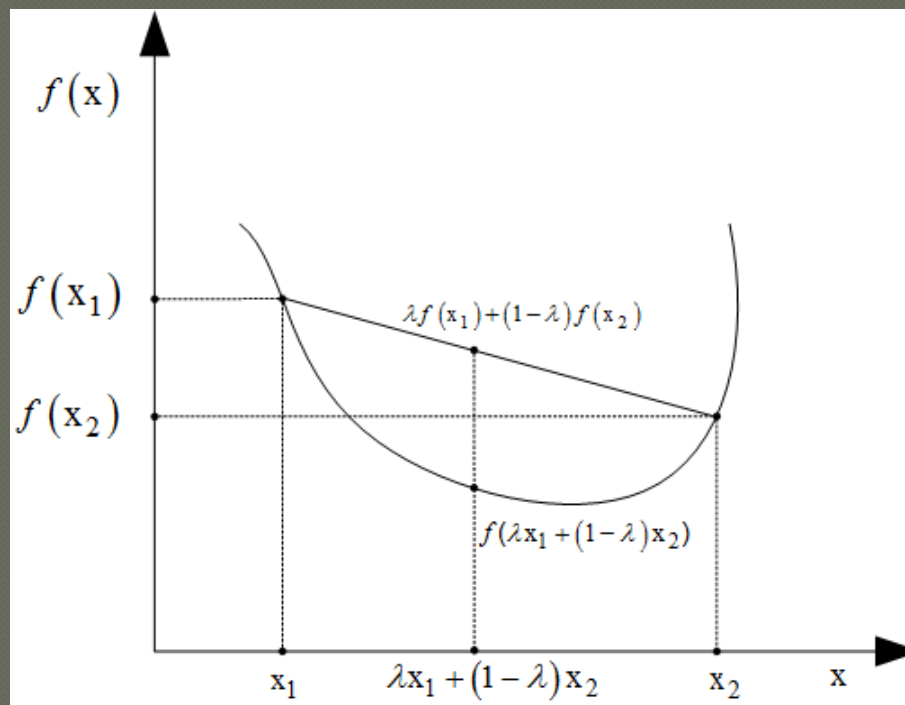
❖ Η διαδικασία βελτιστοποίησης αναζητεί βέλτιστες τιμές των μεταβλητών \mathbf{x}^* μέσα στον χώρο (αναζήτησης) των λύσεων που ελαχιστοποιούν την αντικειμενική συνάρτηση και, ταυτόχρονα, ικανοποιούν τους περιορισμούς.

Κυρτότητα (convexity)

Μία συνάρτηση λέγεται **κυρτή** αν:

$$f(\lambda \mathbf{x}_1 + (1-\lambda)\mathbf{x}_2) \leq \lambda f(\mathbf{x}_1) + (1-\lambda)f(\mathbf{x}_2)$$

$$0 \leq \lambda \leq 1$$



Κυρτότητα (convexity)

- Η *κυρτότητα* αποτελεί σημαντική ιδιότητα μίας αντικειμενικής συνάρτησης προς βελτιστοποίηση διότι το ελάχιστο μίας κυρτής συνάρτησης στο πεδίο ορισμού της είναι **ολικό ελάχιστο** και όχι μόνον **τοπικό ελάχιστο**. Αυτό σημαίνει ότι η λύση του προβλήματος είναι η βέλτιστη λύση.
- Ωστόσο, οι αντικειμενικές συναρτήσεις συχνά δεν είναι κυρτές.

Βελτιστοποίηση Πολλαπλών Στόχων

- ❖ Όταν το πρόβλημα βελτιστοποίησης περιλαμβάνει περισσότερες από μία αντικειμενικές συναρτήσεις, τότε είναι ένα **πρόβλημα πολλαπλών στόχων**.
- ❖ Συνήθως οι πολλαπλές αντικειμενικές συναρτήσεις βρίσκονται σε **αντίφαση** μεταξύ τους, δηλ. η βελτίωση μιας αντικειμενικής συνάρτησης συνεπάγεται επιδείνωση μιας άλλης.

Κλασικοί Αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης

❖ Επαναληπτικοί αλγόριθμοι κατάβασης

$$x_{k+1} = x_k + \eta \Delta x_k$$

k: επανάληψη

x: άγνωστος

η: μέγεθος βήματος

Δx_k: κατεύθυνση αναζήτησης

Αν $\Delta x_k = -\nabla f(x_k)$ τότε αλγόριθμος ονομάζεται αλγόριθμος κατάβασης βαθμίδας.

Παραδοχές Κλασικών Αλγόριθμων Βελτιστοποίησης

- ❖ **Υπαρξη αντικειμενικής συνάρτησης**
 - Σε περιπτώσεις πολύπλοκων προβλημάτων, δεν υπάρχει πάντοτε μια αντικειμενική συνάρτηση
- ❖ **Παραδοχή της κυρτότητας της αντικειμενικής συνάρτησης**
 - Μια αντικειμενική συνάρτηση συχνά δεν είναι κυρτή
 - Παγίδευση σε τοπικό ελάχιστο
- ❖ **Υπαρξη της πρώτης και δεύτερης παραγώγου της αντικειμενικής συνάρτησης**

Βασικές Έννοιες Εξελικτικού Υπολογισμού(1)

- ❖ Ο όρος ΕΥ αυτός χρησιμοποιήθηκε για να περιγράψει ένα σύνολο αλγόριθμων όπου κάθε αλγόριθμος βασίζεται σε έναν πληθυσμό υποψήφιων λύσεων, η καθεμιά από τις οποίες ονομάζεται άτομο (του πληθυσμού).
- ❖ Σε κάθε επανάληψη, μεταξύ των ατόμων του πληθυσμού εφαρμόζονται κατάλληλοι τελεστές, εμπνευσμένοι από την Δαρβινική θεωρία της εξέλιξης, ώστε να παράγονται καλύτερες λύσεις σε κάθε επανάληψη.

Βασικές Έννοιες Εξελικτικού Υπολογισμού(2)

- ❖ Ένα πρόβλημα το οποίο μπορεί να εμφανιστεί σε όλους τους αλγόριθμους εξελικτικού υπολογισμού είναι η **πρόωρη σύγκλιση**.
- ❖ Μία μεθόδευση για την αποφυγή πρόωρης σύγκλισης είναι η διατήρηση της **ποικιλομορφίας**, δηλ. μιας καλώς ορισμένης διαφορετικότητας των ατόμων του πληθυσμού ως αποτέλεσμα της εφαρμογής τελεστών.

Γενετικοί Αλγόριθμοι - Γενικά

❖ Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι (ΓΑ) αποτελούν τους δημοφιλέστερους από τους εξελικτικούς αλγόριθμους και βασίζονται σε αρχές της εξέλιξης των ειδών που εισήγαγε ο Δαρβίνος με το βιβλίο του «Η Καταγωγή των Ειδών». Οι ΓΑ προτάθηκαν την δεκαετία του 1960 από τον John Holland και τους συνεργάτες του.

❖ Η βασική ιδέα για την ανάπτυξη των ΓΑ προέρχεται από το γεγονός ότι οι ζωντανοί οργανισμοί είναι πετυχημένα παραδείγματα βελτιστοποίησης μέσω της εφαρμογής τελεστών εξέλιξης.

Γενετικοί Αλγόριθμοι - Γενικά

- ❖ Οι ζωντανοί οργανισμοί εξελίσσονται χρησιμοποιώντας δύο βασικούς μηχανισμούς (τελεστές) που περιλαμβάνουν, τη **φυσική επιλογή** και την **διασταύρωση**.
- ❖ «Επιτυχημένα άτομα» τείνουν να παράγουν μεγαλύτερο πλήθος απογόνων, ενώ τα αδύναμα «πεθαίνουν».
- ❖ Η διασταύρωση επιτυχημένων ατόμων (γονέων) μπορεί να αναπαράγει απογόνους που να είναι περισσότερο επιτυχημένοι από τους γονείς τους.
- ❖ Με αυτό τον τρόπο, τα άτομα εξελίσσονται από γενεά σε γενεά προσπαθώντας να προσαρμόζονται βέλτιστα στο περιβάλλον τους.

Βασική δομή ενός Γενετικού Αλγορίθμου



Επιμέρους Λειτουργίες ενός Γενετικού Αλγορίθμου

- Δημιουργία Αρχικού Πληθυσμού
 - Κωδικοποίηση Λύσεων
 - Δυαδική κωδικοποίηση (δημοφιλέστερη)

Δυαδική κωδικοποίηση δυο χρωμοσωμάτων αποτελούμενα από τρεις μεταβλητές

	Μεταβλητή Α	Μεταβλητή Β	Μεταβλητή Γ
Χρωμόσωμα Α	00000000	00000001	00000100
Χρωμόσωμα Β	00010000	00000100	00000001

Επιμέρους Λειτουργίες ενός Γενετικού Αλγορίθμου

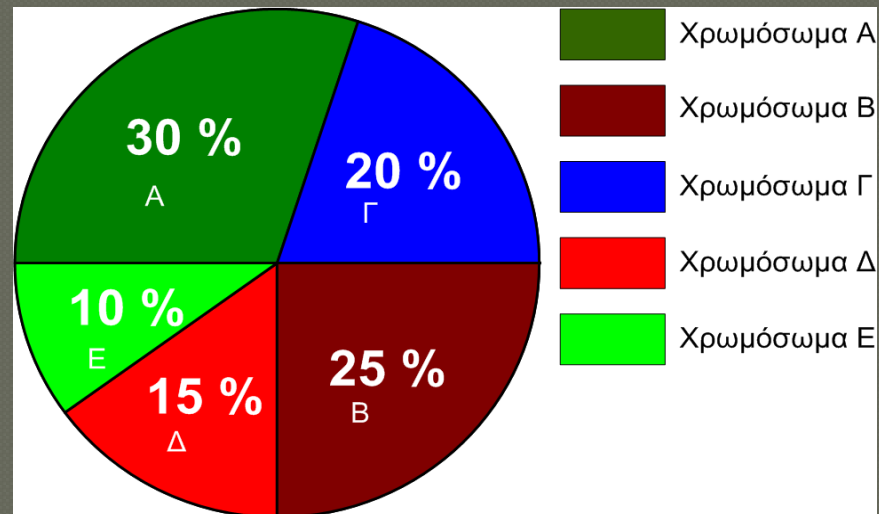
● Υπολογισμός Καταλληλότητας

- Η συνάρτηση καταλληλότητας ποσοτικοποιεί την αποτελεσματικότητα της υποψήφιας λύσης, η οποία αναπαριστάνεται από το συγκεκριμένο χρωμόσωμα.
- Σε κάποια προβλήματα οι τιμές της συνάρτησης καταλληλότητας των χρωμοσωμάτων κυμαίνονται σε πολύ μεγάλο εύρος. Σε αυτές τις περιπτώσεις εφαρμόζουμε κανονικοποίηση ώστε να αποφεύγεται η δημιουργία χρωμοσωμάτων που λειτουργούν ως **υπεράτομα**.

Επιμέρους Λειτουργίες ενός Γενετικού Αλγορίθμου

- **Επιλογή (selection)**

- Επιλογή της ρουλέτας (δημοφιλέστερη)



Επιμέρους Λειτουργίες ενός Γενετικού Αλγορίθμου

- Διασταύρωση (**crossover**) (πιθανότητα διασταύρωσης P_c)
 - Διασταύρωση σημείων (δημοφιλέστερη)

Παραδείγματα εφαρμογής των μεθόδων διασταύρωσης.			
	Διασταύρωση Δύο Σημείων	Αριθμητική Διασταύρωση	Ομοιόμορφη Διασταύρωση
Γονέας 1	110 010 10	11001011	10110001
Γονέας 2	001 001 11	11011111	00011110
Μάσκα	-	-	00110011
Γόνος 2	110 001 10	11001011 (AND)	00111101
Γόνος 1	001 010 11	00010100 (XOR)	10010010

Επιμέρους Λειτουργίες ενός Γενετικού Αλγορίθμου

- **Μετάλλαξη (mutation)** (πιθανότητα μετάλλαξης P_m)

Εφαρμογή του τελεστή μετάλλαξης για τρεις διαφορετικές κωδικοποιήσεις.

	Δυαδική Κωδικοποίηση	Κωδικοποίηση Μετάθεσης	Κωδικοποίηση Τιμών
Αρχικό Χρωμόσωμα	0 1 0 0 1 0 0 1	1 5 3 7 9 0	12.1 21.2 35.4 56
Μεταλλαγμένο Χρωμόσωμα	0 1 0 0 1 1 0 1	1 5 3 8 9 0	12.1 22.3 35.4 56

Επιμέρους Λειτουργίες ενός Γενετικού Αλγορίθμου

- **Ελιτισμός (elitism)**
 - Ένας προκαθορισμένος αριθμός χρωμοσωμάτων που κρίνονται «πλέον κατάλληλα», επαναλαμβάνονται αυτούσια στον νέο πληθυσμό.
- **Επανατοποθέτηση (reinsertion)**
 - Νέα χρωμοσώματα αντικαθιστούν παλαιά χρωμοσώματα στον πληθυσμό διατηρώντας, τυπικά, σταθερό το μέγεθος του πληθυσμού.
- **Κριτήρια Τερματισμού**
 - προκαθορισμένος αριθμός γενεών, και
 - προκαθορισμένη ακρίβεια βελτιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης.

Βελτιστοποίηση Σμήνους Σωματιδίων

- ❖ Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων (ΒΣΣ) προτάθηκε από τους Kennedy και Eberhart το 1995. Ο αλγόριθμος αυτός εξομοιώνει την ομαδική μετακίνηση σμήνους ζωντανών οργανισμών όπως ψάρια, πουλιά, κ.λπ. αποφεύγοντας συγκρούσεις μεταξύ ατόμων στο σμήνος κατά την κίνηση.
- ❖ Στον αλγόριθμο ΒΣΣ δεν υπάρχουν τελεστές διασταύρωσης ή/και μετάλλαξης, ενώ σε κάθε λύση, η οποία ονομάζεται **σωματίδιο (του σμήνους)**, αντιστοιχίζεται μία **ταχύτητα** η οποία αρχικοποιείται τυχαία.

Βελτιστοποίηση Σμήνους Σωματιδίων

- ❖ Ο αλγόριθμος ΒΣΣ απομνημονεύει όχι μόνον την ολικά καλύτερη λύση του πληθυσμού αλλά και την ατομικά καλύτερη επίδοση κάθε σωματιδίου (του σμήνους) ξεχωριστά.
- ❖ Πλεονέκτημα του αλγορίθμου ΒΣΣ είναι η απλότητά του η οποία επιτρέπει όχι μόνον την γρήγορη υλοποίησή του, αλλά και την εκτέλεσή του χωρίς σημαντικές απαιτήσεις σε μνήμη και σε υπολογιστική ισχύ.

Βελτιστοποίηση Σμήνους Σωματιδίων

Ο αλγόριθμος ΒΣΣ θεωρεί ότι κάθε σωματίδιο i του πληθυσμού κατέχει μία θέση και μία ταχύτητα

$$\mathbf{x}_i = (x_i^1, x_i^2, x_i^3, \dots, x_i^n)^T \quad \mathbf{u}_i = (u_i^1, u_i^2, u_i^3, \dots, u_i^n)^T$$

Ο αλγόριθμος ΒΣΣ αναζητάει λύσεις κινούμενος στον χώρο αναζήτησης των λύσεων μέσω της προσαρμογής των τροχιών που διαγράφουν τα σωματίδια.

Βελτιστοποίηση Σμήνους Σωματιδίων

Εξίσωση (3.6)

$$\mathbf{u}_i^{t+1} = \alpha \mathbf{u}_i^t + \alpha r_1 (\mathbf{g}^* - \mathbf{x}_i^t) + \beta r_2 (\mathbf{x}_i^* - \mathbf{x}_i^t)$$

Εξίσωση (3.7)

$$\mathbf{x}_i^{t+1} = \mathbf{x}_i^t + \mathbf{u}_i^{t+1}$$

$$\{\alpha, \beta\} \approx 2 \quad \{r_1, r_2\} \in [0,1]$$

ΨΕΥΔΟΚΩΔΙΚΑΣ

Έναρξη

Καθορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης $f(\mathbf{x})$

Αρχικοποίηση των θέσεων (\mathbf{x}_i) και ταχυτήτων (\mathbf{u}_i) των M σωματιδίων

Αρχικό καλύτερο $f_{\min}^{t=0} = \min\{f(\mathbf{x}_1), \dots, f(\mathbf{x}_M)\}$

Επανάλαβε μέχρι να ικανοποιηθεί ένα από τα κριτήρια τερματισμού

$t = t + 1$ (αύξηση του μετρητή επανάληψης)

Για κάθε σωματίδιο και κάθε διάσταση εκτέλεσε τα παρακάτω

Παρήγαγε τυχαίες τιμές $\{r_1, r_2\} \in [0,1]$

Υπολογισμός της νέας ταχύτητας σύμφωνα με την Εξ.(3.6)

Υπολογισμός της νέας θέσης σύμφωνα με την Εξ.(3.7)

Υπολογισμός της αντικειμενικής συνάρτησης $f(\mathbf{x}_i)$, $i=1, \dots, M$

Υπολ/σμός του τρέχοντος καλύτερου $f_{\min}^{t+1} = \min\{f(\mathbf{x}_1), \dots, f(\mathbf{x}_M)\}$

τέλος επαναλήψεων

Εύρεση του ατομικά καλύτερου \mathbf{x}_i^ και του ολικά καλύτερου \mathbf{g}^**

τερματισμός (ικανοποίηση ενός από τα κριτήρια τερματισμού)

Τελικά αποτελέσματα \mathbf{x}_i^ και \mathbf{g}^**

Τέλος

Εναλλακτικοί Αλγόριθμοι Εξελικτικού Υπολογισμού

- Αλγόριθμος Στρατηγικής Εξέλιξης (Evolutionary Strategies)
- Αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης (Differential Evolution)
- Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών (Ant Colony Optimization)
- Αλγόριθμος Τεχνητής Αποικίας Μελισσών (Artificial Bee Colony)
- Βαρυτικός Αλγόριθμος Αναζήτησης (Gravitational Search Algorithm)
- Αλγόριθμος της Πυγολαμπίδας (Firefly Algorithm)
- Μέθοδος Αναζήτησης του Κούκου (Cuckoo Search)
- Αλγόριθμος της νυχτερίδας (Bat-inspired Algorithm)
- Βελτιστοποίηση Βιογεωγραφίας (Biogeography-based Optimization)



Εφαρμογές

- *Μηχανική Μάθηση*
 - *Εκπαίδευση μοντέλων*
- *Αναγνώριση Προτύπων*
 - *Επιλογή χαρακτηριστικών διάκρισης*
- *Επεξεργασία Σημάτων*
 - *Ανάπτυξη βέλτιστων φίλτρων*
 - *Επεξεργασία εικόνας*
- *Αυτόματος Έλεγχος*
 - *Σχεδίαση ελεγκτών*
 - *Εύρωστος έλεγχος*
- *Γενικά όπου υπάρχει ανάγκη βελτιστοποίησης διαδικασιών*

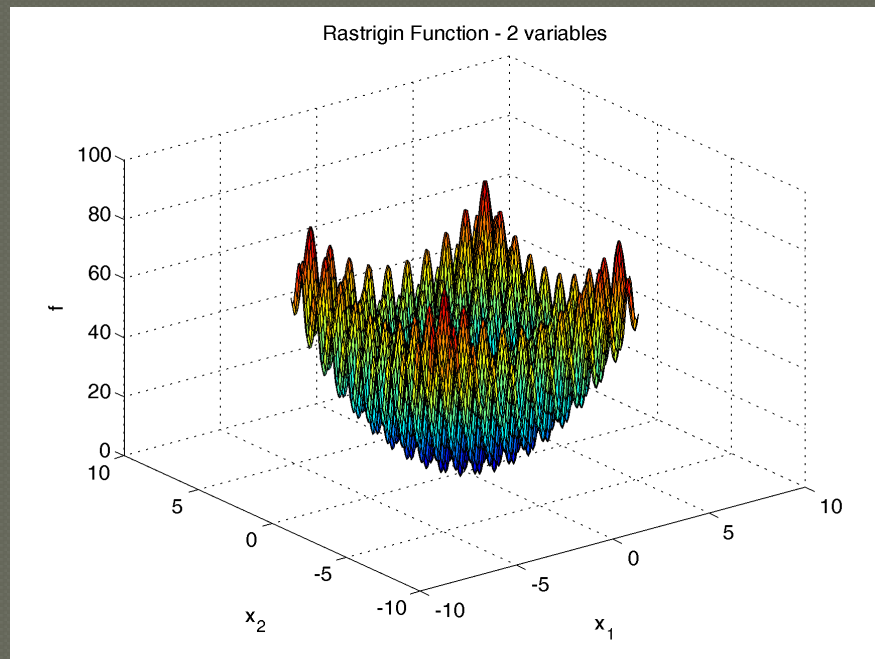
Προγραμματισμός σε **MATLAB**

Βελτιστοποίηση της Συνάρτησης Rastrigin

$$f(\mathbf{x}) = 10 \cdot n + \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot x_i))$$

$$-5.12 \leq x_i \leq 5.12$$

Ολικό ελάχιστο : $x_i = 0$ $f(\mathbf{x}) = 0$



Source Code 1 – GA

```
%% Αρχικοποίηση του περιβάλλοντος MATLAB
clear all;
close all;
clc;

%% Ρυθμίσεις του προβλήματος
nVar = 2; %Πλήθος αγνώστων
LB = -5.12*ones(1,nVar); %Ελάχιστη τιμή των αγνώστων
UB = 5.12*ones(1,nVar); %Μέγιστη τιμή των αγνώστων
CostFunction = @(x)rastriginsfcn(x); %Συνάρτηση κόστους/αντικειμενική

%% Ρυθμίσεις του Γενετικού Αλγορίθμου
nPop = 50; %Μέγεθος πληθυσμού
MaxIt = 50; %Αριθμός γενεών
options =
    gaoptimset('PopulationSize',nPop,'PopInitRange',[LB;UB],'EliteCount',2,'CrossoverFraction',0.8,'Genera
    tions',MaxIt,'PlotFcns',{@gaplotbestf});

%% Εκτέλεση του Γενετικού Αλγόριθμου
[x, fval, exitflag, output] = ga(CostFunction,nVar,[],[],[],[],LB,UB,[],options);

%% Προβολή βέλτιστης λύσης
disp(['Minimum = ' num2str(fval) ' for x1=' num2str(x(1)) ' x2=' num2str(x(2))]);
```

Source Code 2 - PSO

```
● Publisher:Yarpiz (www.yarpiz.com)
●
● clc;
● clear;
● close all;
●
● %% Problem Definition
● CostFunction=@(x) rastriginsfcn(x);    % Cost Function
● nVar=2;    % Number of Decision Variables
● VarSize=[1 nVar]; % Size of Decision Variables Matrix
● VarMin=-5.12;    % Lower Bound of Variables
● VarMax= 5.12;    % Upper Bound of Variables
●
● %% PSO Parameters
● MaxIt=50;    % Maximum Number of Iterations
● nPop=50;    % Population Size (Swarm Size)
●
● % PSO Parameters
● w=1;    % Inertia Weight
● wdamp=0.99;    % Inertia Weight Damping Ratio
● c1=1.5;    % Personal Learning Coefficient
● c2=2.0;    % Global Learning Coefficient
```


Στοιχεία Επικοινωνίας

Δρ. Βασίλειος Γ. Καμπουράζος

vgkabs@teiemt.gr

Τηλ. 2520 462 320

Γραφείο Β 1 22 (Κτήριο βιβλιοθήκης)

ΕΥΧΑΡΙΣΤΩ